

પાઠ્યપુસ્તક માળા:—૨

ભૂમિતિનાં મૂળતત્ત્વો

ભાગ ૧

ક્રિયાત્મક ભૂમિતિ

પ્રકાશક

ચરોતર એજ્યુકેશન સોસાયટી,
આણંદ

આદ્ય આના

57602

ગુજરાત વિદ્યાપીઠ ગ્રંથાલય

[ગુજરાતી કૉપીરાઈટ વિભાગ]

અનુક્રમાંક ૪૦૭૮૬ યર્ગીક

પુસ્તકનું નામ ભૂમિતિના મૂળતત્વો

વિષય મર: ૮૪૩: ૩૬

પાઠ્યપુસ્તક માળા:—૨

ભૂમિતિનાં મૂળતત્ત્વો

લેખક

ભીખાભાઈ કુબેરભાઈ પટેલ

આચાર્ય, દાદાભાઈ નવરોજી વિનય મંદિર, આણંદ

પ્રકાશક

ચરોતર એજ્યુકેશન સોસાયટી,

આણંદ

૧૯૨૩

પુસ્તક મળવાનું ઠેકાણું
ચરોતર એજ્યુકેશન સોસાયટી, આણંદ

ગુજરાત વિદ્યાપીઠ ગ્રંથાલય
અમદાવાદ
ગુજરાતી કૌપીરાઈ-સંગ્રહ
૧૦૬૮૬

સર્વ હક્ક સ્વાધીન.

આણંદ ચરોતર પ્રિન્ટિંગ પ્રેસમાં ત્રિભુવનદાસ કીસીલાઈ
પટેલે પ્રકાશકને માટે છાપ્યું. તા. ૧૦-૮-૨૩.

નિવેદન.

માધ્યમિક શાળાનો ભૂમિતિનો પૂરો અભ્યાસક્રમ આપવાના હેતુથી ગુજરાતી ભાષામાં લખાયેલું આ પ્રથમ જ પાઠ્યપુસ્તક હોવાથી તેની અગત્ય સંબંધી ખાસ કહેવાનું હોય નહિ.

કોઈ પણ વિષયના શિક્ષણની શરૂઆતમાં વિદ્યાર્થીઓને તે વિષય સરળ અને રસિક લાગે છે તો તે રસ હંમેશ કાયમ રહે છે અને વિદ્યાર્થીઓ હોંસથી તે વિષયમાં પ્રગતિ કરી શકે છે. આ લક્ષમાં રાખીને આ પુસ્તકમાં કેટલાક ફેરફાર કરવામાં આવ્યા છે. પુસ્તકનો ઉપયોગ કરનારને આ ફેરફારો ક્યા હેતુથી કરવામાં આવ્યા છે તે જણાવવામાં આવે તો તેનો ઉપયોગ કરવામાં સરળતા થાય એ હેતુથી તે સંબંધી મારા વિચારો ટુંકામાં જણાવું તો અસ્થાને નહિ ગણાય.

૧. વ્યાખ્યાઓ.

વ્યાખ્યાઓ સાથે લગી એક જગાએ નહિ આપતાં છુટક છુટક ઉપયોગમાં આવે તેવી રીતે જ આપેલી છે. પારિભાષિક શબ્દો સંબંધી ચોકકસ ખ્યાલ આપ્યા સિવાય તેમનો ચોકસાઈથી ઉપયોગ થાય તેમ નહિ લાગવાથી શરૂઆતથી ત્યાં ત્યાં તેવા શબ્દોનો ઉપયોગ કરવાની જરૂર પડી છે ત્યાં ત્યાં પહેલાં વ્યાખ્યાઓ જ આપી છે અને તેમનું જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓને સચોટ થાય તે માટે તે ઉપર કેટલાક દાખલાઓ પણ સાથે સાથે જ આપ્યા છે. વિદ્યાર્થીઓ સાધનોનો ઉપયોગ કરે અને ચોકસાઈથી માપસર આકૃતિઓ દોરતાં શીખે એ જ હેતુ લક્ષમાં રાખેલો છે.

મિંદુ, રેખા અને પૃષ્ઠની વ્યાખ્યાઓ ક્રિયાત્માક ભાગમાં વિદ્યાર્થીઓના ખ્યાલમાં આવે તેવી રીતે આપવામાં આવી છે. આની સામીય વ્યાખ્યાઓ તાર્કિક ભાગની શરૂઆતમાં જ શિક્ષકે આપવી. “ મિંદુને સ્થિતિ છે પણ પરિમાણ નથી ” એટલે આપણે દોરીએ છીએ તે મિંદુને પરિમાણ તો છે જ પણ ભૂમિતિમાં જ્યારે આપણે મિંદુનો વિચાર કરીએ છીએ ત્યારે તેના પરિમાણ (લંબાઈ, પહોળાઈ, જડાઈ) સંબંધી આપણે કંઈ પણ ખ્યાલ કરતા જ નથી. એટલે ભૂમિતિનું મિંદુ ફક્ત સ્થિતિ બતાવવાના કામમાં જ આવે છે. મિંદુનું પરિમાણ જેટલું ઓછું તેટલી ચોકસાઈથી આ સ્થિતિ બતાવી શકાય છે માટે આપણે મિંદુ ઓછામાં ઓછા પરિમાણ વાળું દોરીએ છીએ “ રેખાને લંબાઈ છે પણ પહોળાઈ અને જડાઈ નથી ” આનો અર્થ રેખાને પહોળાઈ અને જડાઈ બીલકૂલ છે જ નહિ એમ નથી પણ રેખાનો ઉપયોગ આપણે ભૂમિતિમાં બે મિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર ગણવામાં જ કરીએ છીએ. એટલે ટુંકમાં આપણે રેખાનો વિચાર કરીએ છીએ ત્યારે તેની જડાઈ અને પહોળાઈનો બીલકૂલ વિચાર કરતા નથી. પણ ફક્ત તેની લંબાઈનો જ વિચાર કરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે સર રેખા ૫” લાંબી છે તે ઉપરથી આપણે સમજીએ છીએ કે સ અને ર મિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર ૫” છે. આમાં રેખાની પહોળાઈનો આપણે બીલકૂલ ખ્યાલ કરતા નથી માટે રેખા પાતળામાં પાતળા દોરવી હિતાવહ છે. આ જ પ્રમાણે પૃષ્ઠનું પણ સમજવું. પૃષ્ઠનો વિચાર કરતાં આપણે તેની લંબાઈ અને પહોળાઈને લક્ષમાં લઈએ છીએ પણ જડાઈ લક્ષમાં લેતા નથી એટલે ભૂમિતિના પૃષ્ઠને જડાઈ નથી એમ કહેવું યથાર્થ જ છે.

૨ કૃત્યો.

સામાન્ય રીતે ભૂમિતિનાં પુસ્તકોમાં પ્રથમ પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવે છે અને તેમાં મુખ્યત્વે કરીને સાખીત કરવાના સિદ્ધાન્તોનાં સત્યો શોધી કહાડવા પ્રયત્ન થાય છે. આ પછી તુર્ત જ તાર્કિકભાગ શરૂ થાય છે. આથી તાર્કિક ભાગના સિધ્ધાન્તો અને દાખલાઓમાં કરવામાં આવતી રચનાઓનું વિદ્યાર્થીઓને જ્ઞાન હોતું નથી અને છતાં તે કરવી તો પડે છે જ એટલે તે સંબંધી વિદ્યાર્થીઓને ચોક્કસ માહિતી નહિ હોવાથી સાધનોનો યથાર્થ ઉપયોગ થતો નથી અને કામ ચોક્કસ અને રસિક બનતું નથી. વધારામાં તાર્કિક ભાગ શરૂ કરતા પહેલાં ક્રિયાત્મક ભાગ કરવાથી વિદ્યાર્થીઓના હાથ અને આંખ કેળવાય છે અને તેઓ સાધનોનો યથાર્થ ઉપયોગ ઝડપથી કરતાં શીખે છે. આથી કેટલીક પ્રાથમિક વ્યાખ્યાઓ અને તે ઉપર મનોચત્તો આપ્યા પછી તુર્ત જ કેટલાંક સહેલાં અને ઉપયોગી કૃત્યો આપવામાં આવ્યાં છે. બધાં કૃત્યોની સાખીતી તો પ્રથમ ભાગના પહેલા ૧૩ સિદ્ધાન્તો થઈ ગયા પછી જ વિદ્યાર્થીઓ સારી રીતે સમજી શકે માટે સાખીતી તો ત્યાર પછી જ શીખવવાનો ઉદ્દેશ રાખ્યો છે.

બાકીનાં જે કૃત્યો છુટક છુટક જે સિધ્ધાન્તોની મદદથી સાખીત થાય છે તેમની પાછળ જ આપવામાં આવ્યાં છે.

દરેક કૃત્યનો મહાવરો વિદ્યાર્થીઓને થાય અને તેમના હાથ, આંખ અને બુધ્ધિ પણ કેળવાય તે હેતુથી દરેક કૃત્ય ઉપર મનોચત્ત આપવામાં આવ્યું છે અને તેમાં દાખલાઓ પણ રસ પડે તેવા આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે.

૩ તાર્કિક ભાગ.

પ્રથમ સિધ્ધાન્ત લંબની રચના કરી સાબીત કરવાથી શરૂઆતમાં વિદ્યાર્થીઓને મુશ્કેલ પડે છે તેથી સરલકોણ (Straight angle) ની વ્યાખ્યા આપી, “ ભાગોનો સરવાળો આખાની બરાબર છે ” એ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની મદદ લઈને સરળ સાબીતી આપી છે. બીજા સિધ્ધાન્તની અનિષ્ઠાપત્તિ (Reductio-absurdum) થી આપેલી સાબીતી શરૂઆતમાં ભાગ્યે જ કોઈ વિદ્યાર્થી સમજી શકે છે. આથી આ સિધ્ધાન્ત પણ સરળ કોણની મદદથી જ સાબીત કર્યો છે.

સમાન્તર રેખાઓ ઉપરનો સિધ્ધાન્ત પણ વિદ્યાર્થીઓને બહુ ગભરાવે છે. આ સિધ્ધાન્ત જરા માંડો લીધો છે અને સાબીતી વિદ્યાર્થીઓ સમજી શકે તેવી આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે. આને આથી પણ માંડો લઈ શકાય; પણ તેના સત્યોથી દાખલા કરવામાં પડતી અનુકૂળતા લક્ષમાં લઈને તેની સાબીતી વિદ્યાર્થીઓ ફેટલાક સિધ્ધાન્તો અને તે ઉપરના દાખલા ૧ કર્યા પછી સહેલાઈથી સમજી શકશે એમ ધારીને જ તે ત્યાં લેવામાં આવ્યો છે.

બહુકોણના અંદરના અને બહારના કોણો સંબંધી સિધ્ધાન્ત ૯ માં લીધો છે તેને સમાન્તર ચતુષ્કોણના સિધ્ધાન્ત પછી પણ લઈ શકાય. તે ૮ માં સિધ્ધાન્તના ઉપસિધ્ધાન્ત તરીકે કે ઉપયોગી દાખલા તરીકે પણ લઈ શકાય. તેની પ્રતિજ્ઞામાં “ અહિર્વૃત્ત ” (Convex) ” શબ્દને “ બહુકોણ ” પહેલાં પડતો મૂક્યો છે; કારણ કે તેનું સત્ય આન્તર્વૃત્ત (Convex) બહુકોણને પણ લાગુ પડે છે. શિક્ષક તે તરફ વિદ્યાર્થીઓનું ધ્યાન ખેંચશે તો તેમાં તેમને રસ પડશે. સિધ્ધાન્ત સાબીત કરવા માટે તો સરળ આકૃતિ દોરવી એ જ સાફ છે અને તેથી સરળ આકૃતિ જ દોરી છે.

નિધાન (Locus) ના સિધ્ધાન્તો વિદ્યાર્થીઓને સમજવામાં અને શિક્ષકોને સમજવવામાં ઘણી જ મુશ્કેલી પડે છે અને વિદ્યાર્થીઓને તે ઘણા અગત્યના સિધ્ધાન્તોનું યથાર્થ જ્ઞાન થતું નથી. ઘણા તો તેની વ્યાખ્યા પણ આપી શકતા નથી તો તેના ઉપયોગની તો વાત જ શી ? આ આખત લક્ષમાં રાખી પુસ્તકની શરૂઆતથી જ એવા કેટલાક છુટા છવાયા દાખલાઓ આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે કે જેથી વિદ્યાર્થીઓ નિધાનના સિધ્ધાન્તો શીખે ત્યાર પહેલાં તો તેમનામાં તેમનું સત્ય ઇસેલું હોય અને તેઓ તેના ઉપયોગ પણ કરતા હોય. વધારામાં નિધાનની રીતસર વ્યાખ્યા આપ્યા પહેલાં કેટલાક દાખલા આપ્યા છે અને સાખીતી પણ તેઓ સમજી શકે તેવી સ્પષ્ટ રીતે આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે.

ક્ષેત્રજ્ઞાના સિધ્ધાન્તોમાં પાઠ્યેગોરસના સિધ્ધાન્ત સંબંધી ટુંકો ઇતિહાસ આપી ભારતવર્ષમાં તે સત્ય ઘણા પ્રાચીન કાળથી જાણીતું હતું અને ઉપયોગમાં લેવાતું તે સંબંધી ટુંકી હકીકત આપી છે. ભાસ્કરાચાર્યે આ સિધ્ધાન્તની જે રીતે તેમના બીજ ગણિતમાં સાખીતી આપી છે તે પણ આપવામાં આવી છે.

કેટલાક સિદ્ધાન્તોનો ઉપસિદ્ધાન્તો અને વ્યત્યાસ સિદ્ધાન્તોમાં સમાવેશ કરી સાખીત કરેલા સિદ્ધાન્તોની સંખ્યામાં ઘટાડો કરવા પ્રયત્ન કર્યો છે. સઘળા સિદ્ધાન્તોની સાખીતી પુસ્તકમાં આપેલી હોય છે તો વિદ્યાર્થીઓ તે વર્ગમાં સમજવા પ્રયત્ન કરતા નથી અને સાખીતી ગોખે છે. ભુમિતિ તો માધ્યમિક શાળાનું તર્ક-શાસ્ત્ર છે અને તેથી તે શીખવા અને શીખવવામાં કેટલોક ફરજિયાત વિચાર કરવાની જરૂર પડે એ આવશ્યક છે.

૪ દાખલાઓ.

ધણા જ દાખલાઓથી વિદ્યાર્થીઓ અને શિક્ષકો ઉભયને કંટાળો આવે છે. આ પુસ્તકમાં દાખલાઓ બહુ નહિ પણ પૂરતા, સહેલા, વ્યાવહારિક, રસિક અને જેમનાં પરિણામ ભવિષ્યના કામમાં ઉપયોગી થાય તેવા આપવા પ્રયત્ન કર્યો છે.

૫ પરિભાષા.

ભૂમિતિની પરિભાષા સામાન્ય ભાષાથી કાંઈક જુદી હોય તો ધણી અનુકૂળતા થાય છે એવો અનુભવ આ પુસ્તક તૈયાર કરતાં થયો છે. સંસ્કૃત પરિભાષાથી આખા હિંદુસ્તાનમાં પારિભાષિક એકતા આવે, એક ભાષાનું પુસ્તક બીજી ભાષામાં પણ સમજી શકાય, તેના તે જ પારિભાષિક શબ્દોમાં તે બીજી ભાષામાં શીખી અને શીખવી શકાય અને તેના તે જ પારિભાષિક શબ્દો રાખી તેનું ભાષાન્તર પણ બીજી ભાષામાં થઈ શકે એ લક્ષ્યમાં રાખીને જ પરિભાષા મુખ્યત્વે સંસ્કૃત રાખી છે. સહેલા અને ટુંકા શબ્દો પસંદ કરવામાં આવ્યા છે.

આ પુસ્તક બંને તેટલું ઉપયોગી બનાવવા ટુંક સમયમાં યથા-શક્તિ કાંઈક થયું છે. અનુભવી શિક્ષકો તેમાં સુધારા વધારા સૂચવશે તો બીજી આવૃત્તિ વખતે તેમાં યોગ્ય ફેરફાર કરવામાં આવશે.

ચરોતર એન્જયુકેશન સોસાયટી, } લીખાલાઈ કુબેરભાઈ પટેલ.
આણંદ.

શિક્ષકોને સૂચનાઓ.

૧. ભૂમિતિમાં જરૂરનાં સમ્બંધો સાધતોની પેટી લીધા સિવાય આવનાર વિદ્યાર્થીને વર્ગમાં દાખલ જ નહિ થવા દેવાનો રીવાજ રાખવો.

૨. વ્યાખ્યાઓ ગોખાવવાથી ભૂમિતિશિક્ષણનો હેતુ સફળ થતો નથી. યોગ્ય યોગ્યતાની ચર્ચા કરી વ્યાખ્યાઓ વિદ્યાર્થીઓ વર્ગમાં તૈયાર કરે એ ઇચ્છવા લાયક છે. આ થયા પછી જુદા જુદા પ્રકારની આકૃતિઓ દોરી તે સંબંધી કેટલાક પ્રશ્નો પૂછી વ્યાખ્યાઓ બધા વિદ્યાર્થીઓના મનમાં બરાબર ઠસાવવા પ્રયત્ન કરવાથી કામ રસિક અને સંગીન બનશે.

૩. કાંઈ પણ સિદ્ધાન્ત સાબીત કરતા પહેલાં જ સત્ય સાબીત કરવાનું હોય તે વિદ્યાર્થીઓ પાસે જુદા જુદા પ્રકારની આકૃતિઓ દોરાવી પ્રયોગથી શોધી કહાડવું.

૪. આ ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પાસે જ સિદ્ધાન્તોની પ્રતિજ્ઞા તૈયાર કરાવવી.

૫. પ્રતિજ્ઞામાં આપેલું શું છે અને સાબીત કરવાનું શું છે તે વિદ્યાર્થીઓના મનમાં બરાબર ઠસાવવાથી સિદ્ધાન્ત સાબીત કરવાનું કામ સરળ બને છે.

૬. પાટીઆ ઉપર આકૃતિ દોરાવી વા દોરી સૂચક પ્રશ્નો પૂછી સિદ્ધાન્ત બને તેટલો વિદ્યાર્થીઓ પાસે જ સાબીત કરાવરાવવા પ્રયત્ન કરવા.

૭. સિદ્ધાન્ત શીખવ્યા પછી તે ઉપરના મનોચલનના ધણુખરા દાખલા વિદ્યાર્થીઓ કરે ત્યાર પછી જ નવો સિદ્ધાન્ત શીખવવો.

૮. વિદ્યાર્થીઓ કાંઈ પણ પ્રયત્ન બાતે કરે નહિ તે પહેલાં તેમને કાંઈ શીખવવું નહિ.

૬. વિદ્યાર્થીઓને દાખલા ઘેરથી કરી લાવવાને આપવા. તેઓ કરી શકે નહિ એવા દાખલાની પણ આકૃતિ તો દોરી લાવે જ અને તે ઉપર વિચાર પણ અને તેટલો કરી લાવે એવો આમલ રાખવો. ૧૦. અને તેટલું કામ વિદ્યાર્થીઓ પાસેથી જ લેવું. જે શિક્ષક વર્ગમાં પેસે ત્યારથી બોલબોલ જ વા પાટીઆ ઉપર લખલખ જ કરે અને તે જ કરે તેમાં વિદ્યાર્થીઓને ભાગ લેવા ન દે તેથી શિક્ષણનો હેતુ ખરાખર સધાતો નથી. શિક્ષણનો હેતુ વિદ્યાર્થીઓની શક્તિઓ કેળવવાનો છે. થોડી મહેનતે ટુંક વખતમાં વિદ્યાર્થીઓનાં મગજો હકીકતોથી ભરવાનો નથી.

૧૧. પ્રયત્ન કર્યા પછી ન આવડે તેવા દાખલા ઘણા થોડા વિદ્યાર્થીઓને આવડતા હોય તો પાટીઆ ઉપર ખીનઓને તે સમજાવવા એકાદ વિદ્યાર્થીને કહેવું. તેઓ “ હાજી હા ” ન કરે તે માટે શીખવાયેલું તેઓ ખરાખર સમજ્યા છે કે નહિ તે જાણવાને વારંવાર પ્રશ્નો પૂછવા.

૧૨. ઘણાને આવડતા હોય તેવા દાખલા તેઓ માંહે માંહે ન આવડનારને શીખવે તેમ કરવું. કોઇ કોઇ વખત કાયા વિદ્યાર્થી પાસે પણ પાટીઆ ઉપર આકૃતિ દોરાવી સૂચક પ્રશ્નો પૂછી દાખલાઓ કરાવવા પ્રયત્ન કરવા. આથી વિદ્યાર્થીઓની આત્મશ્રદ્ધા કેળવાશે અને કાયા વિદ્યાર્થીઓને પણ લાગશે કે ખાખત તો સહેલી હોય છે પણ તેઓ તે કરવા પ્રયત્ન કરતા નથી માટે તેઓ તે કરી કરી શકતા નથી. આમ કેટલીક વખત થવાથી જેને આ વિષયમાં ઓછો રસ પડતો હશે તેને પણ આ વિષય રસિક લાગશે.

૧૩. ઉપર કહેવાઇ ગયું તેમ શિક્ષક પોતે પાટીઆનું સેવન હદ ઉપરાંત ન કરે તે સાથે તે ખુરશીનું સેવન પણ બહુ ન કરે અને વિદ્યાર્થીઓ કામ કરતા હોય ત્યારે તે કેવી રીતે કરે છે તે ફરતા ફરતા જુવે અને તેમને માર્ગદર્શક થાય એ ઇચ્છવા લાયક છે.

વિદ્યાર્થીઓને સૂચનાઓ.

૧. સધળી આકૃતિઓ સ્વચ્છ અને માપસર દોરવી.
 ૨. એક જ રેખા ઉપર બે વખત પેન્સિલ ફેરવવી નહિ.
 ૩. ખિંદુઓમાં થઇને રેખા દોરવા માટે પેન્સિલનું અણિયું ખિંદુ ઉપર બરાબર આવે તેવી સ્થિતિમાં કાટખુણિયું બરાબર મૂક્યું છે કે નહિ તે તપાસ્યા પછી રેખા દોરવી.
 ૪. આકૃતિઓ ધણી નાની દોરવી નહિ.
 ૫. દરેક વિદ્યાર્થીએ ભૂમિતિ માટે અર્ધા કાગળના કદની એક સારી નોટ ખાંધવી. પાનની પહોળાઇના $\frac{1}{2}$ ભાગનો હાંસીઓ રાખી તેમાં દરરોજના કામની શરૂઆતમાં મિતિ લખવી. વિદ્યાર્થીઓ ઉપરના ધોરણોમાં જ્યાં ત્યારે જરૂર પડતા વધારાના કાગળો ઉમેરી આ નોટનો જ ઉપયોગ કરે એ હિતાવહ છે.
 ૬. આકૃતિઓ દોરવામાં ગમે તે પ્રકારની આકૃતિ દોરવાની હોય ત્યારે ખાસ ધર્મવાળી આકૃતિ દોરવી નહિ. કોઇ પણ ત્રિકોણ દોરવાનો હોય ત્યારે સમભુજ, સમદ્વિભુજ, કે કાટખુણુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ. કોઇ પણ ચતુષ્કોણ દોરવાનો હોય ત્યારે સમાન્તર ચતુષ્કોણ, લંબચોરસ કે ચોરસ દોરવો નહિ.
 ૭. આકૃતિઓનાં નામ આપવામાં નિયમ સાચવવાથી ધણી અનુકુળતા થાય છે. ઘડિઆળના કાંટાની ગતિ વિરૂધ્ધ દિશામાં આકૃતિઓનાં નામ આપવાની ટેવ રાખવી.
- ત્રિકોણના સ, ર, ગ કોણોની સામેની ભુજઓને નામ આપવામાં જ અનુક્રમે સ, ર, ગ, અક્ષરોનો ઉપયોગ કરવો; ગમે તેમ ઉપયોગ કરવો નહિ.

એકરૂપ ત્રિકોણોને નામ આપવામાં અનુક્રમે જે લાગેા સરખા હોય તે ક્રમ પ્રમાણે નામ આપવાં.

૮. કોઇ પણ કાર્ય કરવાને ખાસ કારણ ન હોય તો તે કરવું નહિ અને જે જે કાંઇ કરવામાં આવે તે માટે પ્રમાણ આપવાની ટેવ રાખવી.

૯. અઠવાડિયામાં ઓછામાં ઓછા એક વખત તો શીખેલા બધા સિદ્ધાન્તો અને ઉપસિદ્ધાન્તોની પ્રતિજ્ઞાઓ યાદ કરી જવાથી પ્રમાણ આપવામાં ઘણી સરળતા થાય છે.

૧૦. સાખીતી આપતાં થઇ ગયેલા સિદ્ધાન્તોનું પ્રમાણ આપવામાં સિદ્ધાન્તોના નંબર આપવાની જરૂર નથી. આ માટે આ પુસ્તકમાં સિદ્ધાન્તો સાખીત કરવામાં થોડામાં થોડા શબ્દોમાં પ્રમાણ આપ્યાં છે તે પ્રમાણે પ્રમાણ આપવાં.

૧૧. સિદ્ધાન્તોના જેટલી જ અગત્ય મનોચત્તોની છે. દાખલાઓ કરવામાં પહેલાં જાતે જ પ્રયત્ન કરવો અને ઘણા પ્રયત્ન પછી જ ખીજા કોઇની મદદની જરૂર જણાય તો તે લેવી. યાદ રાખવું કે વધારે પ્રયત્ને મેળવેલું જ્ઞાન વધારે વખત ટકે છે. સ્વપ્રયત્નથી ઘણીજ ધીમી પ્રગતિ કરનાર પણ થોડા વખતમાં અજનયજ્ઞ કંતેહ મેળવે છે.

૧૨. માપસર આકૃતિઓ દોર્યા પછી આપેલી સમાન બાબતો સમાન નિશાનીઓથી બતાવવી. આથી સાખીતી આપવામાં ઘણી અનુકૂળતા થાય છે.

પરિભાષા

અચલ, સ્થિર Constant, fixed	એકાત્મક Identical
અનન્ત Infinite	એક બિંદુગામી, સહગામી Concurrent
અનિષ્ઠાપત્તિ Reductio-ad- absurdum	એક રૂપ Congruent
અભિકોણ Vertically opposite angle	એક રૂપતા Congruency
અવકાશ Space	અંતઃકેન્દ્ર Incentre
અષ્ટકોણ Octagon	અંતઃકોણ Interior angle
અક્ષર Letter	અંતર્ગત Inscribed
આકૃતિ Figure	અતર્ગત કોણ Included angle
ઇ. કૃ. इति कृतम् Q. E. F.	અંતર્વૃત Inscribed circle
ઇ. સિ. इति सिद्धम् Q. E. D.	અંતરિત Subtended
ઉંચાઇ Height	અંશ Degree
ઉપકોણ Adjacent angle	આંતરવું Subtend
ઉપસિદ્ધાન્ત Corollary	કર્ણ Hypotenuse
એકકેન્દ્ર Concentric	કળા (અંશનો $\frac{1}{60}$ ભાગ) Minute
એકકેન્દ્રવૃત્ત Concentric circle	કાટખુણો (મૂલકોણ) Right angle
એકાકાર થવું Coincide	કાટખુણ ત્રિકોણ Right angl- ed triangle
એકાન્તર Alternate	કાટખુણિયું Set square
એકાન્તર વૃત્તખંડ Alternate Segment of a Circle	કૃત્ય Problem
એકમ Unit	કેન્દ્ર Centre

કેન્દ્ર રેખા Line of centres	પરિમત વર્તુલ, } Circumscrib-
કોટિકોણ Complementary angle	પરિવૃત } ed circle
કોણમાપક Protractor	પરિઘ Circumference
ખંડ Segment	પરિમાણ Dimension
ગુરુકોણ Obtuse angle	પરિમિતિ Perimeter
ગુરુકોણ ત્રિકોણ Obtuse angled triangle	પરિવૃત Circumscribed
ગુરુત્વકેન્દ્ર Centroid	પક્ષ Data, hypothesis
ચતુષ્કોણ Quadrilateral	પાદ Foot of a perpendicular
આપ Arc	પાદિક Pedal
છેડો Extremity	પાયો Base
છેદક Secant	પૂરક Supplementary
જવા Chord	પૂરકકોણ Supplementary angle
તિર્થક રેખા Transversal	પંચકોણ Pentagon
ત્રિકોણ Triangle	પ્રત્યક્ષ સાબીતી Direct proof
ત્રિજ્યા Radius	પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ Axiom
દશલુગ Decagon	પ્રતિજ્ઞા Enunciation
દુભાજક Bisector	પ્રક્ષેપ Projection
ધર્મ Property	પૃષ્ઠ Surface
નવકોણ Nonagon	બહુકોણ Polygon
નિધાન Locus	અદિર્ગત વર્તુલ Escribed circle
પટ્ટી Ruler	બાહ્ય Exterior, External
પરિકર Compasses	બાહ્ય કેન્દ્ર Excentre
પરિકેન્દ્ર Circumcentre	બાહ્યકોણ Exterior angle
પરિગત Described about	

બિંદુ Point	આખ્યા Definition
ભુજ Arm, side	આસ Diameter
ભૂમિતિ Geometry	વ્યુત્ક્રમકોણ Alternate angle
મધ્ય Middle	શિશિબિંદુ Vertex
મધ્યગા Median	શિરોબિંદુકોણ Vertical angle
માપ Scale	ષટ્કોણ Hexagon
રચના Construction	સમતિય Similar
રેખા Line	સપ્તકોણ Heptagon
લઘુકોણ ત્રિકોણ Acute angled Triangle	સમ Regular
લંબ Perpendicular, Altitude	સમકોણ ત્રિકોણ Equiangular triangle
લંબચોરસ Rectangle	સમચતુર્ભુજ Rhombus
વક્રરેખા Curved line	સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ Isosceles triangle
વર્ગ Square	સમ અષ્ટકોણ Regular polygon
વર્તુલ (વૃત) Circle	સમભુજ ત્રિકોણ Equilateral triangle
વાર્તિક (ચક્રીય) Cyclic	સમલંબ ચતુષ્કોણ Trapezium
વિકર્ણ Diagonal	સમાન Equal
વિકળા (અંશનો ફક્તોનો ભાગ) Second	સમાન્તર Parallel
વિભાજક Dividers	સમાન્તર (ભુજ) ચતુષ્કોણ Parallelogram
વિષમભુજ ત્રિકોણ Scalene triangle	સંકેત Postulate
વૃતખંડ Segment of a Circle	સંગત કોણ Corresponding angle
અત્યાસ Converse theorem	

સાધ્ય To be proved
 સાબીતી Proof
 સામાન્ય Common
 માત્ર સમીકરણ Identity
 સિદ્ધાન્ત Theorem
 સુરેખ Rectilinear
 સુરેખા Straight line
 સ્થિતિ Position

સ્થિર Fixed
 સ્પર્શ રેખા Tangent
 સ્પર્શબિંદુ Point of contact
 ક્ષેત્ર Plane surface or
 plane
 ક્ષેત્રભૂમિતિ Plane geometry
 ક્ષેત્રફળ Area



યુક્તિહ
મહાન ગ્રીક ગણિતશાસ્ત્રી
ઇ. સ. પૂ. ૩૦૦

ચરોતર પ્રિન્ટિંગ પ્રેસ-આણંદ.

ભૂમિતિનાં મૂળતત્ત્વો

ભાગ ૧

ક્રિયાત્મક ભૂમિતિ

(વ્યાખ્યાઓ, સાધનોનો ઉપયોગ અને કૃત્યો)

જરૂરનાં સાધનો અને તેમનો ઉપયોગ.

પટ્ટી : જેની બન્ને કારો ઢાળ પડતી હોય, એક કાર ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ અને બીજી ઉપર સેન્ટિમિટર અને મિલિમિટરના ભાગ બતાવ્યા હોય તેવી પટ્ટી. આથી દશાંશ ઇંચ સુધીનું અંતર ચોક્કસ રીતે માપી શકાશે. જે અંતર ૩.૪" અને ૩.૫" વચ્ચે હોય તો છેલ્લા દશાંશ ઇંચના ૧૦ ભાગ કદપી ચોક્કસ અંતર લેવાને તેના કેટલા ભાગ લેવા તેનું અનુમાન કરી ૪ ભાગ લેવાના હોય તો અંતર ૩.૪૪" ગણાય. આજ પ્રમાણે ૩.૪૫", ૩.૪૬", ૩.૪૭", ૫.૭૯", વગેરે માટે સમજવું.

બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર પટ્ટીથી માપવામાં દૃષ્ટ્યંતર થવાનો ભય રહે છે. માટે ખરાબર માપ લેવાને બહુ ચોક્કસાઇ રાખવાની જરૂર છે. આ માટે પટ્ટીની ધાર બિંદુઓને ખરાબર અડકાડીને મૂકવી. હંમેશાં પ્રથમ ઇંચનો કાપો જે બિંદુથી અંતર માપવાનું હોય તેની સામે રાખવો. માપ લેતાં જે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર માપવાનું હોય તે બિંદુઓ તરફ આંજીબાજીથી નહિ જોતાં દરેકની ખરાબર ઉપર (કાટખુણે) આંખ રાખીને માપ લેવું. બહુજ ચોક્કસ માપ લેવાનું હોય ત્યાં તો વિભાજકનો જ ઉપયોગ કરવો હિતાવહ છે.

વિભાજક : બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર માપવા અને પટ્ટી ઉપરથી જોઇતી લંબાઇ લેવામાં આનો ઉપયોગ કરવો. કાગળ વા પટ્ટી ઉપર આનાં અણિયાંની નિશાનીઓ ન થાય માટે કાગળ રાખવી. આ માટે તેને ઉભો નહિ પકડતાં આડો જ પકડવો. કાંઇ પણ લંબાઇ લેતી વખતે તેનાં પાંખાં જોઇએ તે કરતાં વધારે પહોળાં કરવાં અને ધીમે ધીમે જોઇતી લંબાઇ જોટલાં પહોળાં રહે

ત્યાં સુધી દાખવાં. દખાણુ મુકી દીધા પછી તે જોઈએ તે કરતાં વધારે પહોળાં ન થઇ જાય અને લીધેલા અંતરમાં ફેર ન પડે તે ખાસ જોવું. અંતર ચોકકસ થાય એટલે તેને ફક્ત ટોચથી જ પકડવો અને તે પ્રમાણે લંબાઇ લેવી.

પરિકર : આનો ઉપયોગ મુખ્યત્વે કરીને વર્તુલ દોરવામાં કરવો. વિલાજક સંબંધી આપેલી સૂચનાઓ આ વાપરતાં પણ ધ્યાનમાં રાખવી. અંતર લીધા પછી ધાતુનું અણિયું કેન્દ્ર ઉપર જરા દખાવવું અને તેને સ્થિર કરી ફક્ત ટોચથીજ પકડીને પેન્સિલવાળા બીજો પગ કાગળને સ્પર્શ કરે તેવી રીતે ફેરવવો.

કાટખુણિયાં : આનો ઉપયોગ સાદી અને સમાન્તર રેખાઓ દોરવામાં કરવો. રેખાઓ દોરતાં તે ખસી ન જાય માટે તેમને મજબૂત પકડવાં. એકના કોણ ૯૦° , ૬૦° , ૩૦° અને બીજાના ૯૦° , ૪૫° , ૪૫° , અંશના હોય છે. લંબ દોરવામાં અને ૩૦° , ૪૫° , અને ૬૦° ના કોણો બનાવવામાં પણ આનો ઉપયોગ કરવો.

કોણમાપક : આનો ઉપયોગ ખુણાઓ માપવા અને બનાવવામાં કરવો. માપસર કોણો બનાવવાને આને ઘણી ચોકસાઈથી વાપરવાની જરૂર છે. જરૂર જણાય ત્યાં અંશના દશમા ભાગને કદપી કોણો માપવામાં અંશનો દશાંશ ભાગ પણ મપાય છે.

પેન્સિલ : આકૃતિઓની ચોકસાઈ રેખાઓની બારીકાઈ ઉપર આધાર રાખે છે. રેખાઓની બારીકાઈ પેન્સિલ અને તેની અણી ઉપર આધાર રાખે છે. આ માટે દરેક વિદ્યાર્થી પાસે એક ઘણી કઠણ અને એક થોડી કઠણ એવી બે પેન્સિલો હોવાની ખાસ જરૂર છે. ઘણી કઠણ પેન્સિલનો છેડો ચપટી ધારવાળો રાખવો અને ઓછી કઠણ પેન્સિલની ગોળ અણીદાર અણી કહાડવી.

સિદ્ધાન્તમાં આપેલી બાબતો બતાવવામાં ઓછી કઠણ પેન્સિલ અને રચનાની ટપકાં વાળી રેખાઓ દોરવામાં વધારે કઠણ પેન્સિલનો ઉપયોગ કરવો. કૃત્યમાં ઘણી કઠણ પેન્સિલ આપેલી અને તેને લગતી બાબતો અને રચનાની ટપકાં વાળી રેખાઓ બતાવવામાં વાપરવી અને છેવટનું પરિણામ બતાવવામાં ઓછી કઠણ પેન્સિલનો ઉપયોગ કરવો. પેન્સિલોનાં અણિયાં બરાબર રાખવા માટે સાધનોની દરેક પેટીમાં કાચકાગળ રાખવાની આવશ્યકતા છે.

ભૂમિતિમાં વપરાયેલાં ચિહ્નો

+	=	વર્તુલ	∴	=	કારણ
-	=	ઓછા	∴	=	તેથી
∠	=	કોણ	∥	કોણ	= સમાન્તર ચતુષ્કોણ
=	=	બરાબર	કા. ∠	=	કાટખુણો
⊥	=	લંબ	(")	=	ઇંચ : ૪"
∥	=	સમાન્તર	(')	=	ફુટ : ૪'
△	=	ત્રિકોણ	(°)	=	અંશ : ૬૦°
≡	=	એક રૂપ	સેમિ.	=	સેન્ટિમિટર
>	=	વધારે મોટો	મિમિ.	=	મિલિમિટર
<	=	વધારે નાનો	સર જોડો	=	સ થી ર સુધી રેખા દોરો
○	=	વર્તુલ			

નિશાનીઓ પાછળ “ ઓ ” બહુવચનદર્શક છે: △ ઓ = ત્રિકોણો, ⊥ ઓ = લંબો.

આ ઉપરાન્ત નીચેના જેવા સહજ સમજાય તેવા કેટલાક ટુંકા શબ્દોનો પણ ઉપયોગ કરવામાં આવ્યો છે:

લં. ચો. = લંબચોરસ કા. ખુ. = કાટખુણો

પ્રકરણ ૧

(વ્યાખ્યાઓ અને સાધનોનો ઉપયોગ)

મનોયત્ન ૧

૧. નીચે જણાવેલી બાબતો ઘણી જ ચોકસાઈથી માપો:

(ક) તમારા વર્ગના ઓરડાની લંબાઈ અને પહોળાઈ.

(ખ) તમારા પુસ્તકની લંબાઈ અને પહોળાઈ.

(ગ) તમારી પેન્સિલની લંબાઈ.

૨. નીચે જણાવેલી બાબતોનું અનુમાન કરો, તેમનું ખરૂં માપ
લ્યો અને તે બન્નેનો તફાવત નોંધો:

(ક) તર્જનાં બારીબારણાંની ઉંચાઈ અને પહોળાઈ.

(ખ) વર્ગના પાટીઆની લંબાઈ અને પહોળાઈ.

(ગ) ભૂમિતિનાં સાધનોની પેટીની લંબાઈ અને પહોળાઈ.

(ઘ) તમારા સહાધ્યાયીની ઉંચાઈ અને છાતીનો ઘેરાવો.

(ચ) વર્ગમાં ઉંચામાં ઉંચા વિદ્યાર્થીની ઉંચાઈ અને
છાતીનો ઘેરાવો.

(જ) વર્ગના નાનામાં નાના વિદ્યાર્થીની ઉંચાઈ અને
છાતીનો ઘેરાવો.

પ્રાથમિક વ્યાખ્યાઓ.

૧. જેને ઓછામાં ઓછું પરિમાણ (લંબાઇ, પહોળાઇ, જડાઇ) છે, તેને બિંદુ કહે છે. બારીક અણિયાથી કરેલાં નાનાં ટપકાં બિંદુઓ છે.

૨. જેને ગમે તેટલી લંબાઇ છે પણ ઓછામાં ઓછી પહોળાઇ છે તેને રેખા કહે છે. રેખા બિંદુઓની બને છે. ઘણા બારીક અણિયાથી દોરેલી પાતળી ભીટી તે રેખા છે.

૩. જેને ગમે તેટલી લંબાઇ અને પહોળાઇ છે પણ ઓછામાં ઓછી જડાઇ છે તેને પૃષ્ઠ કહે છે. પૃષ્ઠ રેખાઓનું બને છે.

જે પૃષ્ઠમાં ગમે તે બે બિંદુઓ જોડનારી આખી રેખા તે જ પૃષ્ઠમાં રહે છે તે પૃષ્ઠને સપાટ પૃષ્ઠ અથવા દ્વિત્ર કહે છે.

જે પૃષ્ઠ સપાટ નથી તેને વક્ર પૃષ્ઠ કહે છે.

૪. જેને ગમે તેટલી લંબાઇ, પહોળાઇ અને જડાઇ છે તેને ઘન કહે છે. ઘન પૃષ્ઠોનું બને છે. ઘણાં પૃષ્ઠો એક ઉપર એક આવે છે એટલે ઘન થાય છે.

૫. કાંઈ પણ બે બિંદુઓ વચ્ચેના ટુંકામાં ટુંકા અંતરને * સુરેખા કહે છે.

૬. જે સુરેખા નથી તેને વક્ર રેખા કહે છે.

* આ પુસ્તકમાં “સુરેખા” ને બદલે “રેખા” શબ્દ જ ઘણી જગ્યાએ વાપર્યો છે.

મનોચત્ન ૨

૧. નીચેની લાંબાઈની સુરેખાઓ પટ્ટીથી દોરો: ૨", ૩.૭", ૪.૩", ૧૧ સેમિ. , ૧૨.૭ સેમિ. , ૧૧૪ મિમિ. , ૫.૭".

૨. જુદી જુદી લાંબાઈની પાંચ રેખાઓ કાટખુણિયાથી દોરો, તેમની લાંબાઈ અનુમાનથી કહો અને તેમને ઈંચ અને સેમિ. માં પટ્ટીથી માપો.

૩. અનુમાનથી એક ૫" લાંબી સુરેખા દોરો. તેને બરાબર માપો અને તેમાં જરૂરનો વધારો ઘટાડો કરો. તેને સેમિ. માં માપો અને એક ઈંચ બરાબર કેટલા સેમિ. થાય છે તે નોંધો.

૪. એક બે તેટલી લાંબી સુરેખા દોરો. તેના ગમે તેવા ત્રણ ભાગ કરો. આખી રેખા અને દરેક ભાગની લાંબાઈ અનુમાનથી કહો. અનુમાન કેટલું ખરું છે તે માપથી જુઓ.

૫. વિભાજકનો ઉપયોગ કરીને નીચેના માપની સુરેખાઓ દોરો અને ગણતરી કરી તેમનાં મધ્યબિંદુઓ કહાડો.

૫", ૧૨ સેમિ. , ૪.૭", ૩.૪", ૧૦.૩૮ સેમિ.

૬. ૫", ૯", ૧૦", ૬", માપની સુરેખાઓ દોરો. તેમાં પહેલીના બે, બીજાના ત્રણ, ત્રીજાના પાંચ અને ચોથીના ચાર સરખા ભાગ અનુમાનની કરો. વિભાજકથી માપ લઈ તમારા અનુમાનની પરીક્ષા કરો.

૭. નીચેની દરેક વસ્તુ બિંદુ, રેખા, પૃષ્ઠ કે ધન છે તે કારણ સાથે જણાવો: તાર, દોરી, છાયા, કાગળનો ટુકડો.

૮. એક, બે, ત્રણ અને છ પૃષ્ઠવાળા ધનનાં નામ આપો.

કોણો.

૭. બે સુરેખાઓ એક બિંદુ આગળ મળે ત્યારે તે ખુણો અથવા કોણ બનાવે છે એમ કહેવાય છે.

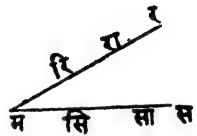


આ. ૧.

૮. કોણ બનાવનાર સુરેખાઓને કોણની ભુજાઓ કહે છે; અને જે બિંદુ આગળ તે મળે છે તેને તેનું શિરોબિંદુ કહે છે.

કોણોનું મહત્વ.

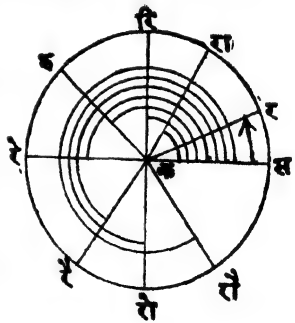
ખાણની આકૃતિમાં મ આગળના કોણનાં નામ \angle સમર, \angle સામરા, \angle સિમરિ વગેરે આપી શકાય. આ કોણોની ભુજાઓમાં તફાવત છે પણ



આ. ૨.

કોણ તો એક જ છે. માટે કોણના મહત્વનો આધાર તેની ભુજાઓ ઉપર નથી પણ તેની ભુજાઓના ગોળ ફરવા ઉપર છે તે નીચેની આકૃતિ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે.

કર રેખાના ક છેડા આગળ એક ખીલો ઠોકેલો છે અને કર રેખા ક ની આબુખાબુ ગોળ ફરે છે એમ ધારો. તે તેની મૂળ જગ્યા કસ થી નીકળી આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબ તીરની દિશામાં ફરે છે અને \angle સકરા \angle સકરિ \angle સકરુ, વગેરે કોણો બનાવી કસ માં મળી જાય છે એટલે તે એક ફેરો પૂરો કરે છે.



આ. ૩

૯. કર ફરતી ફરતી કરે સાથે મળે છે ત્યારે તે $\frac{1}{2}$ ફેરો ફરે છે અને \angle સકરે ખતાવે છે. આ વખતે તેની કસ અને કરે ભુજાઓ એકજ સુરેખામાં આવે છે. આ કોણને સરલકોણ કહે છે. \angle સકરે $= 180^\circ \times$

૧૦. કર ન્યારે કરિ માં મળે છે ત્યારે તે સરલકોણથી અર્ધો કોણ પૂરો કરે છે. એટલે \angle સકરિ $= \frac{1}{2} \angle$ સકરે $= \frac{1}{2}$ આખો ફેરો. આ કોણને કાટખુણો કહે છે. \angle સકરિ $= 90^\circ$; \angle સકરો $= 3$ કાટખુણા $= 270^\circ$; અને એક પૂરો ફેરો $= 4$ કાટખુણા $= 360^\circ$.

૧૧. કાટખુણાથી નાના કોણને લઘુકોણ કહે છે.

૧૨. કાટખુણાથી મોટા કોણને ગુરુકોણ કહે છે.

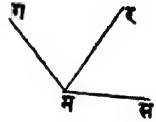
૧૩. સરલકોણથી મોટા અને ચાર કાટખુણાથી નાના કોણને સરલાધિકકોણ કહે છે.

x પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ લગભગ ૩૬૫ દિવસમાં એક ફેરો ફરી રહે છે. આ મુદતને વર્ષ કહે છે. પૃથ્વી રોજ જોટલું ફરે છે તેને દિવસ કહે છે. અને તેથી એક વર્ષ લગભગ ૩૬૫ દિવસનું થાય છે. પણ સામાન્ય રીતે મહિનાના દિવસ ૩૦ અને વર્ષના દિવસ ૩૬૦ ગણવામાં આવે છે. આ હિસાબે પૃથ્વી રોજ જોટલું ફરે છે તેને અંશ કહે છે. વધારામાં ૩૬૫ કરતાં ૩૬૦ સંખ્યા અવયવો પાડવામાં વધારે અનુકૂળ છે માટે ૩૬૫ ની નજીકની સારી વિભાજ્ય સંખ્યા ૩૬૦ લઈ વર્તુલના ૩૬૦ માં ભાગને અંશ કહી હશે એમ અનુમાન થાય છે. માટે સરલકોણ $= 180^\circ$

૧૪. બે કાણોનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર થાય તો તેમને કોટિકાણો કહે છે.

૧૫. બે કાણોનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર થાય તો તેમને પૂરકકાણો કહે છે.

૧૬. એકજ બિંદુમાંથી ત્રણ સુરેખાઓ દોરવામાં આવી હોય તો વચલી રેખા બાકીની બે સાથે જે કાણો બનાવે છે તે કાણોને ઉપકાણો કહે છે.



આ. ૪

૧૭. બે સુરેખાઓ પરસ્પર છેદે તો શિરોબિંદુની સામ-સામેની બાજુએ જે કાણો થાય તેમને અભિકાણો કહે છે.



આ. ૫

૧૮. સર સુરેખા સાથે મલ સુરેખા કટાખુણો બનાવે છે, માટે મલ એ સર ઉપર દોરેલો લંબ છે એમ કહેવાય છે.



આ. ૬

મનોયત્ન ૩

૧. 30° , 45° , 60° , અને 70° ના કોણો તમારા કાટ-બ્રુશિયાનો ઉપયોગ કરીને દોરો.

૨. 95° નો કોણ દોરો. કોણમાપકના ઉપયોગથી તેમાંથી 63° નો કોણ બાદ કરો, અને બાકીનામાં 28° નો કોણ ઉમેરો.

૩. આકૃતિ ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, માં ઉપકોણો, કોટિકોણો, પૂરક કોણો અને અભિકોણોમાંથી જે મળી આવે તેમનાં નામ આપો.

૪. 45° , 60° , 29° , અને 79° ના કોણોના કોટિકોણો અને પૂરકકોણો કોણમાપકથી દોરો.

૫. 45° , 60° , 29° , 70° ના કોણોમાં લઘુ, ગુરુ, સરલ, અને સરલાધિક કોણો કયા કયા છે તે કારણ સાથે કહો અને છેલ્લા બે કોણો દોરો.

૬. સર રેખા દોરો. સર ઉપર ગ બિંદુ લ્યો. ગ માંથી ગમ રેખા દોરો. \angle મગર અને \angle મગસ માપો, અને તેમનો સરવાળો કરો. આ બે કોણો કેવા કોણ કહેવાય? બુદ્ધિ બુદ્ધિ રેખાઓ દોરી ફટલાક વખત આ પ્રમાણે કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૭. સર રેખા ઉપર ર આગળ રગ રેખા દોરી \angle સરગ = 65° બનાવો. ર માંથી એક બીજી રેખા રમ દોરી \angle ગરમ = 99.5° બનાવો. આ બે કોણો કેવા કોણો કહેવાય ? સર અને રમ કેવા પ્રકારની રેખા બનાવે છે ? જુદા જુદા માપના પૂરકકોણો લઈ ઉપર પ્રમાણે આકૃતિઓ દોરો અને તેમની બહારની બુજાઓ માટે શું અનુમાન કરો છો તે કહો.

૮. સર અને ગમ સુરેખાઓ પ બિંદુમાં છેદાય તેમ દોરો. તેમનાથી બનતા કોણો માપો. દરેક કોણમાં તે કોણ કેટલા અંશનો છે તે લખો. બધા કોણોનો સરવાળો કરો. જુદી જુદી રીતે કેટલીક વખત આ પ્રમાણે આકૃતિઓ દોરો. આ ઉપરથી અભિકોણો સંબંધી શું અનુમાન કરો છો ?

૯. એક વાગે, ચાર વાગે અને સાડા છ વાગે ઘડીઆળના કાંટા કેટલા અંશના કોણ બનાવે ?

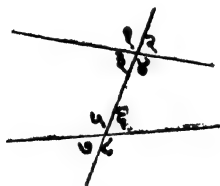
૧૦. મિનિટ કાંટો ૧૦ મિ. , ૪૫ મિ. , અને એક કલાકમાં કેટલો કોણ ફરે ?

૧૧. પૃથ્વી પોતાની ધરી ઉપર ૨૪ કલાકમાં એક પૂરો આંટો ફરે છે, તો ૪ ક. ૩૦ મિ. માં તે કેટલો કોણ ફરશે ? અને તેને 920° કોણ ફરવામાં કેટલો વખત લાગશે ?

સમાન્તર સુરેખાઓ

૧૨. જે સુરેખાઓ એક જ ક્ષેત્રમાં હોય અને જેઓ બંને બાજુ ગમે તેટલી લાંબાવીએ તોપણ મળે નહિ તેમને સમાન્તર સુરેખાઓ કહે છે.

મૂલના:—સમાન્તર સુરેખાઓ એક જ ક્ષેત્રમાં હોવાની જરૂર છે. કારણ કે એક રેખા મેજ ઉપર દોરી હોય અને બીજી જમીન ઉપર દોરી હોય, તો તેઓ કદી મળે નહિ; પણ તેથી તેઓ સામાન્તર કહેવાય નહિ.



આ. ૭

ઉપરની આકૃતિમાં એક સુરેખા બીજી બે સુરેખાઓને છેદે છે અને આઠ કોણો બનાવે છે. તેમાંના

- (૧૪) $\angle ૧$, $\angle ૨$, $\angle ૭$, $\angle ૮$, ને બહિર્કોણ
- (૧૫) $\angle ૩$, $\angle ૪$, $\angle ૫$, $\angle ૬$, ને અંતઃકોણ
- (૧૬) $\angle ૩$, $\angle ૬$, અને $\angle ૪$, $\angle ૫$, ને વ્યુત્ક્રમ કોણની જોડો,
- (૧૭) અને $\angle ૧$, $\angle ૫$; $\angle ૨$, $\angle ૬$; $\angle ૮$, $\angle ૪$; $\angle ૭$, $\angle ૩$ ને સંગત કોણની જોડો કહે છે.

મનોયત્ન ૪

૧. પટ્ટીની ધારે કાટખુણિયાની એક બાજુની આખી ધાર ખરાબર અડકે તેવી રીતે મૂકા. કાટખુણિયાની બાકીની ધારોમાંના એક સાથે રેખા દોરો. પટ્ટી ઉપર કેટલીક જગાએ તે ખસેડો, અને દરેક વખત પટ્ટીને સજ્જડ પકડી એક જ ધારે રેખાઓ દોરો. આ બધી રેખાઓ સમાન્તર છે.

૨. પટ્ટીને બદલે બીજા કાટખુણિયાનો ઉપયોગ કરી ઉપર પ્રમાણે કરો.

૩. પ્રશ્ન ૧ પ્રમાણે કાટખુણિયાને મૂકા અને પટ્ટીને કાટખુણે એક રેખા દોરો. પટ્ટી ઉપર તેથી બે ઈંચ દૂર કાટખુણિયું ખસેડો અને ફરીથી તેજ ધારે રેખા દોરો. આ રીતે આપણે બે સમાન્તર સીધી રેખાઓ ૨" ને અંતરે દોરી.

૪. ૧.૬" ને અંતરે બે સમાન્તર રેખાઓ દોરો. તેમને છેદનાર એક ત્રીજી રેખા દોરો. આ રીતે બનતા બધા કોણો માપો. જુદા જુદા માપની રેખાઓથી કેટલીક વખત ઉપર પ્રમાણે કરો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૫. બે સમાન્તર સુરેખાઓને બે સમાન્તર સુરેખાઓથી છેદા અને તેથી બનતા પૂરકકોણો, અભિકોણો, બહિષ્કોણો, અંતઃકોણો, વ્યુત્ક્રમકોણો અને સંગતકોણોનાં નામ આપો.

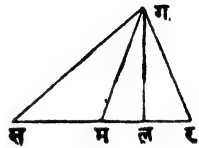
૬. ઉપરની આકૃતિમાં સરખા કોણો સરખી નિશાનીઓથી બતાવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

સુરેખ આકૃતિઓ.

૨૪. જે આકૃતિઓની હદ સુરેખાઓથી બનેલી હોય તેમને સુરેખ આકૃતિઓ કહે છે.

૨૫. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સુરેખાઓથી થઈ હોય તેને ત્રિકોણ કહે છે.

૨૬. ત્રિકોણ જે ભુજ ઉપર ઉભો છે એમ આપણે ધારીએ છીએ તે ભુજને તેનો પાયો કહેવાય છે.



આ. ૮

૨૭. પાયાની સામેના શિરોબિંદુ આગળના કોણને શિરોબિંદુ કોણ કહે છે.

૨૮. શિરોબિંદુમાંથી પાયાને દોરેલો રાંખ તેની ઉંચાઈ કહેવાય છે.

૨૯. શિરોબિંદુ અને તેની સામેની ભુજના મધ્યબિંદુને જોડનારી રેખાને મધ્યગા કહે છે.

૩૦. જે ત્રિકોણની ત્રણે ભુજઓ સરખી હોય તેને સમભુજ ત્રિકોણ કહે છે.



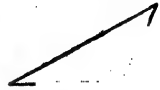
આ. ૯

૩૧. જે ત્રિકોણની બે બુજાઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ કહે છે.



આ. ૧૦

૩૨. જે ત્રિકોણની ત્રણે બુજાઓ અસમાન (વિષમ) હોય તેને વિષમબુજ ત્રિકોણ કહે છે.



આ. ૧૧

૩૩. જે ત્રિકોણનો એક કોણ કાટખુણો હોય તેને કાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે.

૩૪. કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાની સામેની બુજાને કણ્ઠ કહે છે.



આ. ૧૨

૩૫. જે ત્રિકોણનો એક કોણ ગુરુકોણ હોય છે તેને ગુરુકોણ ત્રિકોણ કહે છે.

૩૬. જે ત્રિકોણના ત્રણે કોણો લઘુ હોય તેને લઘુકોણ ત્રિકોણ કહે છે.

૩૭. જે આકૃતિની હદ ચાર સુરેખાઓથી બનેલી હોય તેને ચતુષ્કોણ કહે છે.

(આજ પ્રમાણે પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ વગેરેની વ્યાખ્યાઓ આપવી.)

૩૮. જે આકૃતિની હદ ચાર વા તેથી વધારે સુરેખાઓથી બનેલી હોય તેને બહુકોણ કહે છે.

મનોમત્ન ૫

૧. કાષ્ઠ પશુ બે ત્રિકોણો દોરો. તેમના અંતઃ કોણો માપી તેમનો સરવાળો કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૨. દરેકનો પાંચો લંબાવવાથી બનતો બહારનો કોણ અંદરના દરના બે કોણના સરવાળા બરાબર થાય છે કે નહિ તે માપી નક્કી કરો. આ ઉપરથી બહારનો કોણ અંદરના દરના પ્રત્યેક કોણથી વધારે છે એવી ખાત્રી કરો.

૩. આકૃતિ ૯, ૧૦, ૧૧, ૧૨, માં લઘુકોણ, ગુરુકોણ અને કાટખુણ ત્રિકોણોનાં નામ આપો.

૪. એક ત્રિકોણના બે કોણો ૪૭° , ૫૮° છે, અને બીજાના બે કોણો ૨૫° , ૧૧૦° છે; તો તે દરેકનો ત્રીજો કોણ કેટલો ?

૫. ગમે તે બે સમબુજ ત્રિકોણો દોરો. તેમના કોણો માપો દરેક કોણ કેટલો થાય છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૬. ઉપરના દરેક સમબુજ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરો. આ લંબથી પાયાના થતા બે ભાગ માપો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૭. સમબુજ ત્રિકોણનાં સઘળાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો. ત્રિકોણના બધા લંબ સરખા છે ?

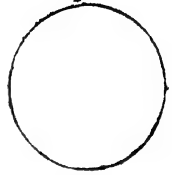
૮. ગમે તે બે સમદ્વિબુજ ત્રિકોણો દોરો. દરેકના પાયાના કોણો માપો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૯. ગમે તે એક રેખાની એક બાજુએ બે છેડા આગળ સરખા કોણો બનાવી, રેખાઓને લંબાવી, ત્રિકોણ પૂરો કરો. સરખા કોણોની સામેની બુજાઓ માપો. આ બુજાઓ સરખી છે ?

૧૦. એક કોણ ૩૦° નો હોય તેવો એક કાટખુણ ત્રિકોણ દોરો. આ કોણની સામેની બુજા કર્ણથી અર્ધી છે, એ માપી ખાત્રી કરો.

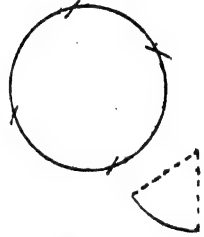
વર્તુલ.

૩૮. જે આકૃતિની હદ એક જ અખંડ વક્ર રેખા હોય, અને જેની વચ્ચે એક એવું બિંદુ હોય કે જેમાંથી વક્ર રેખા સુધી જે રેખાઓ દોરવામાં આવે તે સઘળી સરખી લંબાઈની હોય, તેને વર્તુલ અથવા વૃત્ત કહે છે.



આ. ૧૩

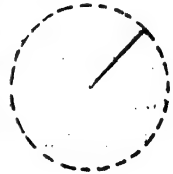
૩૯. પરિધના કોઈ પણ ભાગને માપ કહે છે.



આ. ૧૪

૪૦. વર્તુલના જે બિંદુમાંથી પરિધ સુધી દોરેલી સઘળી રેખાઓ સરખી લંબાઈની હોય, તેને વર્તુલનું કેન્દ્ર કહે છે.

૪૧. વર્તુલના કેન્દ્રથી પરિધ સુધી દોરેલી કોઈ પણ સુરેખાને વર્તુલની ત્રિજ્યા કહે છે.

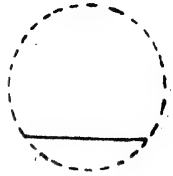


આ. ૧૫

x ત્રિજ્યાની વ્યુત્પત્તિ મનોરંજક છે:—

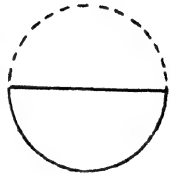
આકૃતિ ન. ૩ માં રેક્સ વ્યાસ છે. શર, સરા, સરિ, વિગર.

૪૨. જે સુરેખા વર્તુલના પરિધને બંને બાજુએ મળે છે. તેને વર્તુલની જીવા કહે છે.



આ. ૧૬

૪૩. જે જીવા વર્તુલના કેન્દ્રમાં થઈને પસાર થાય છે, તેને વ્યાસ કહે છે. વ્યાસ ત્રિજ્યાથી બમણો હોય છે.



આ. ૧૭

૪૪. જે આકૃતિ વ્યાસ અને તેનાથી કપાએલા પરિધના ભાગથી બને છે, તેને અર્ધવર્તુલ કહે છે.

ચાપોના ર, રા, રિ વગેરે બિંદુઓમાંથી વ્યાસને લાંબો દોરવામાં આવે તેમને જ્યાંયો કહેવાય છે- પૃથ્વી સૂર્યની આબુબાબુ ફરતાં બાર રાશિઓમાં થઈને પસાર થાય છે માટે આખા વર્તુલના બાર ભાગ કરવામાં આવ્યા છે અને તે દરેક ભાગને રાશિ કહે છે. આવી ત્રણ રાશિઓ બરાબરનો ચાપ સરિ છે અને સરિ ચાપની જ્યાં રિક્ક છે. માટે રિક્ક ને ત્રિજ્યા એટલે ત્રણ રાશિની જ્યાં કહે છે.

મનોચત્ન ૬

૧. ૧૦૬" ની ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુલ દોરો. પરિધ ઉપર એક બિંદુ લઈ તેજ ત્રિજ્યાથી પ્રથમ વર્તુલને બે બિંદુઓમાં કાપતું વર્તુલ દોરો. આ બિંદુઓને કેન્દ્ર તરીકે લઈ તેજ ત્રિજ્યાથી પ્રથમ વર્તુલને બે વધારાનાં બિંદુઓમાં કાપતાં વર્તુલો દોરો. આ રીતે આગળ વધતાં કેટલાં વર્તુલો દોરી શકાય ?

૨. ૧૦૧" ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુલ દોરો. પરિધ ઉપર તે જ ત્રિજ્યાથી પરિધના બેને તેટલા ભાગ કરો. આવા કેટલા ભાગ થાય ? પરિધનાં વિભાજક બિંદુઓ જોડવાથી કેવી આકૃતિ થાય ? આકૃતિનો દરેક કોણ કેટલો થાય ?

૩. પ્રશ્ન ૨ ની આકૃતિમાં પરિધ ઉપરનું દર ત્રિભુ બિંદુ જોડવાથી કેવી આકૃતિ થાય ? તેના કાણો અને ભુજઓ માપો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૪. ૨ સેમિ. ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુલ દોરો. તેમાં કાણુખુણે છેદે એવા તેના બે વ્યાસનાં પરિધ ઉપર આવેલાં ચાર બિંદુઓ જોડો. કેટલી ભુજઓની આકૃતિ થાય છે ? આને તમે શું નામ આપશો ? તેની બધી ભુજઓ અને બધા કાણો માપો.

૫. ઉપરની આકૃતિમાં કેન્દ્ર આગળના ચાર કાણોના દુભાજકો પરિધ સુધી દોરો. આથી પરિધ ઉપર બધાં મળી આઠ બિંદુઓ થશે. પાસેપાસેનાં બિંદુઓ જોડો. કેટલી ભુજઓની આકૃતિ થશે ? તેના બધા કોણો માપો અને તેમનો સરવાળો કહો.

૬. એક સ્થળે રાખેલી તોપનો ગોળો ચાર માઇલ સુધી જાય છે, તો તે તોપના ગોળાની મર્યાદામાં આવતા પ્રદેશની હદ દેખાડો. (માપ: ૧" = ૨ માઇલ) *

૭. બે કિલ્લાની વચ્ચે ૧૦ માઇલનું અંતર છે. દરેક કિલ્લા ઉપરની તોપનો મારો ૭ માઇલ સુધી પહોંચે છે; તો બન્ને કિલ્લા ઉપરની તોપના મારામાં આવતા સામાન્ય પ્રદેશની હદ દેખાડો.

* કોઇ એક ખેતર, ગામ કે મકાનનો નકશો તેના જોટલી જ લંબાઇની રેખાઓથી કાગળ ઉપર દોરવો અશક્ય છે. માટે માઇલ, યાર્ડ, હાથ, ફુટ વગેરે જેવી મોટી લંબાઇનાં એકમ નાના માપના એકમ ઇંચ, સેમિ, મિમિ. થી દર્શાવવામાં આવે છે. નકશા ઉપરના ૬" ૧૦૦ યાર્ડની ખરી લંબાઇ માટે લેવામાં આવ્યા હોય તો માપ નીચે પ્રમાણે દર્શાવાય:

માપ: ૬" = ૧૦૦ યાર્ડ.

સૂચના:

(ક) આકૃતિ ઉપર માપ હંમેશાં બતાવવું જોઇએ.

(ખ) વાપરવાનું માપ કોઇ પ્રશ્નમાં આપવામાં આવ્યું ન હોય તો કોઇ પણ અનુકૂળ માપ પસંદ કરવું.

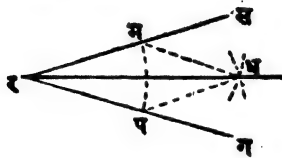
(ગ) ક્યું માપ લેવું તે નક્કી કરતાં માદ રાખવું કે આકૃતિ જોટલી મોટી દોરાય તેટલું પરિણામ વધારે ચોક્કસ આવે.

પ્રકરણ ૨

(કૃત્યો.)

કૃત્ય ૧

આપેલો સરગ કોણ દુભાગવો.



રચના : ર કેન્દ્ર અને કોઈ પણ ત્રિજ્યા લઈ રસ અને રગ ને અનુક્રમે મ અને પ બિંદુઓમાં કાપે તેવો ચાપ દોરો. મ અને પ ને કેન્દ્રો લઈ તેજ (અથવા કોઈપણ અનુકૂળ) લંબાઈની ત્રિજ્યા લઈ પરસ્પર ઘ આગળ છેદે તેવા ચાપો દોરો. રઘ જોડો; એટલે રઘ માંગેલો દુભાજક બનશે.

સાબીતી: મઘ અને પઘ જોડો.

\triangle ઓ રમઘ અને રપઘ માં,

$$\left. \begin{array}{l} \text{રમ} = \text{રપ} \\ \text{મઘ} = \text{પઘ} \end{array} \right\}$$

રઘ સામાન્ય,

રચના;

$$\therefore \triangle \text{રમઘ} \equiv \triangle \text{રપઘ},$$

$$\therefore \angle \text{મરઘ} = \angle \text{ધરપ}.$$

$$\therefore \text{રઘ રેખા } \angle \text{સરગ ને દુભાજે છે.}$$

કૃત્યોની સાબીતી વિદ્યાર્થીઓએ સરચાતમાં જણાવવાની જરૂર નથી. તેઓ રચના કરવાની જાણે એટલું બસ છે. પહેલા ૧૩ સિદ્ધાન્તો થઈ ગયા પછી જ સાબીતી આપવી.

મનોયન ૭

૧. કોઇ એક ત્રિકોણ દોરો અને તેના ત્રણે કોણોના દુભાજકો દોરી દુભાજકો એક બિંદુમાં * છે એવી ખાત્રી કરો.

૨. ફક્ત પટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી જ 60° નો કોણ બનાવો. તેના ચાર સરખા ભાગ કરો.

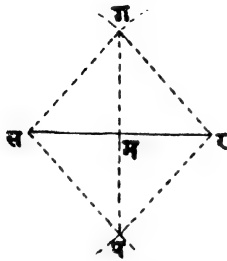
૩. કોઇ એક \triangle સરગ દોરો. સર અને સગ ને મ અને પ સુધી લંબાવો. \angle ઓ રસગ, મરગ અને પગર ના દુભાજકો દોરો. આથી શું માલૂમ પડે છે ?

૪. ઉપરના ત્રિકોણમાં રસ અને રગ ને ઘ અને ન સુધી લંબાવો. \angle ઓ ઘસગ, નગસ અને ગરસ ના દુભાજકો દોરો. ઉપરની આકૃતિમાં દુભાજકોને કા માં મળવા છો. આ આકૃતિમાં દુભાજકોને કિમાં મળવા છો. કા કિ જોડો. આ ઉપરથી શું માલૂમ પડે છે ?

* જો રેખાઓ એક બિંદુમાં થઇને પસાર થતી હોય તેમને એકબિંદુમાંથી x રેખાઓ કહે છે.

કૃત્ય ૨

આપેલી સુરેખા સર ને દુભાગવી.



રચના : સ અને ર ને કેન્દ્રો ગણી અનુકૂળ લંબાઈની સરખી ત્રિજ્યાઓ સહ ગ અને પ બિંદુઓમાં છેદાય તેવા ચાપો દોરો. ગપ જોડો અને તેને સર ને મ બિંદુમાં છેદવા દો; એટલે મ દુભાજક બિંદુ થશે.

સાબીતી : ગસ, ગર, પસ, પર જોડો.

△ ઓ ગસપ અને ગરપ માં,

$$\left. \begin{array}{l} ગસ = ગર \\ પસ = પર \end{array} \right\}$$

રચના;

પગ સામાન્ય,

$$\therefore \triangle ગસપ \equiv \triangle ગરપ.$$

$$\therefore \angle સગપ = \angle રગપ.$$

△ ઓ સગમ અને △ રગમ માં,

$$ગસ = ગર$$

ગમ સામાન્ય,

$$\angle સગપ = \angle રગપ$$

સાબીત કયું.

$$\therefore \triangle સગમ \equiv \triangle રગમ.$$

$$\therefore સમ = રમ. \therefore મ, સર ને દુભાગે છે.$$

સૂચના : (ક) ભૂમિતિની રચના ન માગી હોય ત્યાં રેખાનું મધ્ય બિંદુ કહાડવા માટે રેખાના છેડાનાં બિંદુઓને કેન્દ્રો અને લગભગ અર્ધી રેખા જોડી ત્રિજ્યા લઈ રેખાને બે બિંદુઓમાં કાપવા દેવી. આ બે બિંદુઓ બહુ નજીક આવે એટલે તેમનું મધ્યબિંદુ અટકળથી મૂકી તે બરાબર છે કે નહિ તે પરિકરથી નક્કી કરવું.

(ખ) ગપ દોર્યા સિવાય પણ મ બિંદુની નિશાની સર ઉપર કરી શકાય.

(ગ) ગપ રેખા સર ને કાટખુણે દુભાગે છે.

મનોયત્ન ૮

૧. \triangle સરગ ની ત્રણે બુજઓની દુભાજક રેખાઓ દોરો. આ દુભાજકો કેટલાં બિંદુમાં મળે છે તે તપાસો.

૨. ઉપરના ત્રિકોણમાં દુભાજક રેખાઓ ક માં મળે, તે કસ, કર, કગ ને માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કહાડો છો ? આ પછી સ, ર અને ગ માં થઇને પસાર થાય એવું વર્તુલ તમે દોરી શકો ?

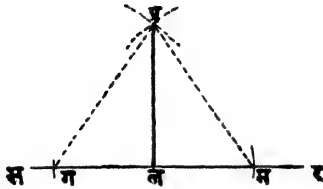
૩. કોઈ પણ એક ત્રિકોણની મધ્યગાઓ દોરો. આ મધ્યગાઓ કેટલાં બિંદુઓમાં મળે છે ?

૪. બે સુરેખાઓનો સરવાળો અને તફાવત આપ્યાં હોય તે ઉપરથી તેમની લંબાઈ ભૂમિતિની રીતે શોધી કહાડો.

કૃત્ય ૩

આપેલી સુરેખા સર ઉપર આવેલા લ બિંદુમાંથી સર ઉપર લંબ દોરવો.

પહેલી રીત



રચના : લ ને કેન્દ્ર તરીકે લઘ કોષ એક ત્રિજ્યાથી સર ને ગ અને મ બિંદુઓમાં કાપે તેવા આપો દોરો. ગ અને મ ને કેન્દ્રો લઘ કોષ પણ અનુકૂળ ત્રિજ્યાથી પ બિંદુમાં છેદાય તેવા આપો દોરો. પલ બોડો; એટલે પલ માગેલો લંબ થશે.

સાબીતી : પગ અને પમ બોડો.

\triangle ઓ પગલ અને પમલ માં

$$\left. \begin{array}{l} \text{પગ} = \text{પમ} \\ \text{લગ} = \text{લમ} \end{array} \right\}$$

રચના;

પલ સામાન્ય,

$$\therefore \triangle \text{ પગલ} \equiv \triangle \text{ પમલ.}$$

$$\therefore \angle \text{ પલગ} = \angle \text{ પલમ.}$$

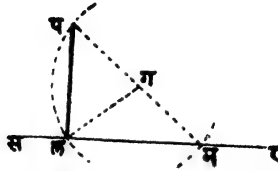
અને આ સુરેખાઓથી બનેલા ઉપકોણો છે,

$$\therefore \text{દરેક કોણ બુણો છે.}$$

$$\therefore \text{પલ} \perp \text{સર.}$$

સૂચના : લ આપેલી રેખાની એક બાજુએ આપેલું હોય તો રેખાને લંબાવવી વા નીચે આપેલી બીજી રીત પ્રમાણે લંબ દોરવો.

બીજી રીત.



રચના : રેખાની બહાર કોઈ એક ગ બિંદુ લેવો. ગ ને કેન્દ્ર તરીકે લઈ ગલ ત્રિજ્યાથી સર ને મ બિંદુમાં ફરીથી કાપે તેવો ચાપ દોરો. મગ બોડો અને તે ચાપને ફરીથી પ બિંદુમાં મળે તેટલો લંબાવો. પલ બોડો; એટલે પલ માગેલો લંબ થશે.

સાબીતી : ગપ = ગલ = ગમ રચના.

$$\therefore \angle પલગ = \angle ગપલ$$

$$\text{અને } \angle મલગ = \angle ગમલ$$

$$\therefore \angle પલગ + \angle મલગ = \angle ગપલ + \angle ગમલ$$

$$\text{અને } \therefore \text{ત્રિકોણના અંદરના કોણો} = ૧૮૦^\circ$$

$$\therefore \angle પલગ + \angle મલગ = \angle ગપલ + \angle ગમલ = ૧૮૦^\circ$$

$$\therefore \angle પલગ + \angle મલગ = \angle પલમ = \angle ૯૦^\circ$$

$$\therefore પલ \perp સર.$$

મનોયત્ન ૯

૧. ફક્ત પદ્મી અને પરિકરથી જ ૪૫° અને ૨૨ $\frac{૧}{૨}$ ° ના કોણો બનાવો.

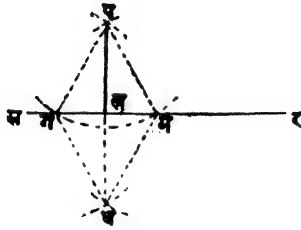
૨. સર = રગ = ૨૦૯ સેમી. થાય તેવી એક સુરેખા સરગ દોરો. ર અને ગ માંથી સગ ને લંબ દોરો. રમ લંબ = ૨ સેમી. અને ગપ લંબ = ૪ સેમી. બનાવો. સમ અને સપ જોડો. પરિણામ શું આવે છે તે જણાવો.

૩. સરગ કાઢ એક ત્રિકોણ દોરો. સર, રગ અને ગસ ભુજાઓને પ, ધ, ન બિંદુઓથી દુભાગો. આ બિંદુઓ આગળ લંબ દોરો અને તેઓ પરસ્પર મળે તેટલા લંબાવો. જુદા જુદા પ્રકારના ત્રિકોણો લઈ ઉપર પ્રમાણે કરો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

કૃત્ય ૪

આપેલી સુરેખા સર ને તેની બહાર આવેલા પ બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.

પહેલી રીત.



રચના : પ કેન્દ્ર લઈ સર ને ગ અને મ બિંદુઓમાં કાપે તેવો એક ચાપ દોરો. ગ અને મ ને કેન્દ્રો લઈ તેટલીજ ત્રિજ્યાથી ઘ બિંદુમાં છેદાય તેવા ચાપો દોરો. પઘ જોડો એટલે તે માંગેલો લંબ થશે.

સાબીતી : પમ, પગ, ઘગ, અને ઘમ જોડો.

\triangle ઓ પઘગ અને પઘમ માં,

$$\left. \begin{array}{l} \text{પગ} = \text{પમ} \\ \text{ઘગ} = \text{ઘમ} \end{array} \right\}$$

રચના;

પઘ સામાન્ય,

$$\therefore \triangle \text{પઘગ} \equiv \triangle \text{પઘમ}.$$

$$\therefore \angle \text{ગપઘ} = \angle \text{મપઘ}$$

વળી \triangle ઓ પલગ અને પલમ માં,

પગ = પમ,

પલ સામાન્ય,

\angle ગપલ = \angle મપલ,

સાબીત કર્યું,

$\therefore \triangle$ પલગ $\equiv \triangle$ પલમ

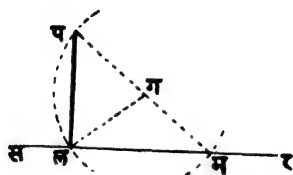
$\therefore \angle$ પલગ = \angle પલમ

અને એ સુરેખાઓથી બનેલા આ ઉપકોણો છે.

\therefore દરેક કાટખુણો છે.

\therefore પલ \perp સર.

બીજી રીત.



રચના : સર ઉપર કોઈ એક મ બિંદુ લ્યો પમ જોડો. તેને ગ માં દુભાગો. ગ કેન્દ્ર અને ગપ ત્રિજ્યા લઈ સર ને લ માં કાપે તેવી રીતે ચાપ દોરો. પલ જોડો એટલે પલ માંગેલો લંબ થશે.

(સાબીતી કૃત્ય ૩ ની બીજી રીત પ્રમાણે.)

સૂચના : (ક) આ બંને રીતોમાં જરૂરનાં છેદનબિંદુઓ મેળવવા કોઈ કોઈ વખત સર લંબાવવી જોઈશે.

(ખ) ભૂમિતિની રચના ન માગી હોય ત્યાં તો લંબ કાટખુણિયાથી જ દોરવો.

મનોયત્ન ૧૦

૧. ૧.૫" ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુલ દોરી તેમાં ૧.૯" જીવા દોરો. કેન્દ્રથી જીવા સુધીનું અંતર માપો.

૨. કોઈ એક Δ સરળ નાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની લુગઓ ઉપર લંબો દોરો. આ લંબો એકબિંદુગામી છે એવી ખાતરી કરો.

૩. કોઈ એક ત્રિકોણનું લંબસંગમબિંદુ \times શોધી કાઢો.

૪. સર = ૩" વ્યાસ લઈ તે ઉપર અર્ધવર્તુલ દોરો. તેમાં સલ = ૧.૫" જીવા દોરો. સલ ઉપર ર માંથી લંબ દોરો અને ખાતરી કરો કે તે લ ઉપર જ પડે છે.

૫. કાટખુણાના ફક્ત પરિકર એને પટ્ટીનો ઉપયોગ કરીને ત્રણ સરખા લાગ કરો.

\times ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની લુગઓ ઉપર દોરેલા લંબ જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુને લંબસંગમ બિંદુ કહે છે.

કૃત્ય ૫.

આપેલી મુરેખા સર ઉપર એક આપેલા સ બિંદુ આગળ એક આપેલા \angle ધ બરાબર એક કોણ બનાવવો.



રચના : ધ કેન્દ્ર લઈ કોઈ પણ ત્રિજ્યાથી ચાપ દોરો અને તેને કોણની બુજાઓને પ, ન બિંદુઓમાં છેદવા દો. સ કેન્દ્ર લઈ તેજ ત્રિજ્યાથી સર ને ગ બિંદુમાં કાપે તેવો ગમ ચાપ દોરો. ગ કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા = પન લઈ ચાપ દોરો અને ગમ ચાપને મ બિંદુમાં કાપવા દો. સમ જોડો; એટલે \angle મસર માંગેલો કોણ બનશે.

સાબીતી : મગ, પન જોડો.

\triangle ઓ મસગ અને પધન માં

$$\left. \begin{aligned} \text{સમ} &= \text{ધપ} \\ &= \text{ધન} \\ &= \text{પન} \end{aligned} \right\}$$

રચના.

$\therefore \triangle$ મસગ \equiv \triangle પધન.

$\therefore \angle$ મસગ = \angle પધન.

મનોયત્ન ૧૧

૧. \angle સરગ = 34° દોરો. કાણુમાપકનો ઉપયોગ કર્યા સિવાય \angle સરગ થી ત્રણ ગણો એક કાણુ બનાવો.

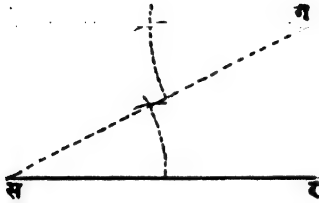
૨. સર = $2''$ દોરો. \angle રસગ = 85° બનાવો. ર આગળ \angle સરગ = \angle રસગ બનાવી \triangle સરગ પૂરો કરો. ગર અને ગસ બુબ્બો માપો અને તે સરખી છે કે નહિ તે જુઓ.

૩ કાઠ એક \triangle સરગ ની રગ બુબ્બ મ આગળ દુભાગો. \angle ગમપ = \angle ગરસ બને તેવી રીતે મપ રેખા દોરી સગ ને પ માં મળવા દો. ગપ અને પસ ને માપો અને તે સરખી છે એવી ખાતરી કરો. કાટખુણિયાનો ઉપયોગ કરી પમ || સર છે કે નહિ તે તપાસો.

૪. સરગમ એક ચતુષ્કોણ દોરો. આના જોડણા જ અંશના કાણુ અને બુબ્બો વાળો એક ખીન્ને ચતુષ્કોણ કાણુમાપકની મદદ સિવાય દોરો.

કૃત્ય ૬

આપેલા બિંદુ ગ માંથી આપેલી રેખા સર ને સમાન્તર એક સુરેખા દોરવી.



રચના : ગસ જોડો. સગ ઉપર ગ આગળ \angle સગમ =
વ્યુત્ક્રમ \angle ગસર બનાવો. એટલે મગ રેખા સર ને સમાન્તર
થશે.

સાબીતી : \angle સગમ = વ્યુત્ક્રમ \angle ગસર રચના;

\therefore મગ \parallel સર.

સૂચના : બે કાટખુણિયાના ઉપયોગથી સમાન્તર રેખાઓ
ત્વરાથી દોરી શકાશે. આ રચનાનો ઉપયોગ તો ખાસ
રચનામાં માગ્યો હોય તો જ કરવો.

મનોયત્ન ૧૨

૧. \angle સરગ = ૫૬° નો બનાવો. રસ થી ૧.૩ " અને રગ થી ૨.૧" દુર આવેલા પ બિંદુને શોધી કઢાડો. રપ માપો.

૨. નીચેના માપનો સમલુજ ચતુષ્કોણ દોરો. અને તેના કર્ણો માપો: એક બાજુ = ૩.૨ સેમિ; સામેની બાજુઓની એક જોડ વચ્ચેનું કાટખુણે અંતર ૨.૩ સેમિ.

૩. બે સમાન્તર રેખાઓ વચ્ચે એક રેખાથી ૧" અને બીજીથી ૧.૫" દુર આવેલા પ બિંદુમાં થઇને પસાર થાય અને છેડાઓ સમાન્તર રેખાઓ ઉપર આવે તેવી એક સુરેખા દોરો. સમાન્તર રેખાઓ સાથે તેથી બનતા કોણો માપો.

૪. સરગમ કાઠ એક સમાન્તર ચતુષ્કોણ દોરો. તેના સામ-સામેના કોણો અને લુગ્ગઓ માપો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

૫. નીચેના માપનો ચતુષ્કોણ દોરો અને તેની સામ-સામેની લુગ્ગઓ સમાન્તર છે એવી ખાત્રી કરો.

કચ = ટત = ૨° ; ચટ = તક = ૧.૫° ; \angle કચટ = ૬૫° .

૬. કાઠ એક ચતુષ્કોણના વિકર્ણો * દોરો. વિકર્ણોના પરસ્પર છેદાવાથી થતા ભાગો માપી લંબાઈ તેમના ઉપર લખો.

૭. પ્રશ્ન ૪, ૫ ના સમાન્તર ચતુષ્કોણોના વિકર્ણો દોરો. પરસ્પર છેદાવાથી તેમના થતા ભાગો માપો. સરખા ભાગો સરખી નિશાનીઓથી બતાવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ?

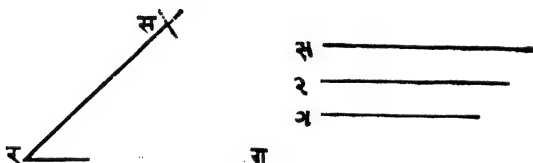
* બહુકોણના સામસામેના કોણોને જોડનારી રેખાઓને વિકર્ણો કહે છે.

ત્રિકોણ રચના

ત્રિકોણની ત્રણ ભુજાઓ અને ત્રણ કોણો એ તેનાં તત્ત્વ કહેવાય છે. આ છ તત્ત્વમાંનાં ત્રણ તત્ત્વ ત્રણે કોણો હોય તે સિવાય ગમે તે કોઈ ત્રણ તત્ત્વ આપવામાં આવ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરી શકાય. ત્રિકોણ રચનામાં કોણોને આપણે સ, ર, ગ અને કોણોની સામેની ભુજાઓને અનુક્રમે સ, ર, ગ નામ આપીશું.

કૃત્ય ૭

ત્રણ ભુજાઓ (સ, ર, ગ) આપેલી હોય તે ઉપરથી ત્રિકોણ દોરવો.



રચના : રગ = સ લ્યો. ર અને ગ કેન્દ્રો અને અનુક્રમે ગ અને ર ત્રિજ્યાઓ લઈ સ બિંદુમાં છેદાવ તેવા આપો દોરો. સર, સગ જોડો; એટલે સરગ માંગેલો ત્રિકોણ થશે.

સાબીતી : રગ = સ, ગસ = ર, સર = ગ રચના;
 \therefore સરગ એ માંગેલો ત્રિકોણ છે.

સૂચના : આપો પરસ્પર છેદે નહિ તો ત્રિકોણ અને નહિ. એ ભુજાઓનો સરવાળો ત્રીજી ભુજાથી વધારે હોય તો ત્રિકોણ દોરી શકાય; અને ઓછો હોય તો ત્રિકોણ દોરી શકાય નહિ.

મનોયત્ન ૧૩

૧. નીચેના માપના ત્રિકોણો બનાવો:—

(ક) સ = ૪ સેમિ.

(ખ) સ = ૨"

૨ = ૨.૬ સેમિ.

૨ = ૧.૩ "

૩ = ૩.૪ સેમિ.

૩ = ૧.૮ "

૨. સ, ર, ગ નામનાં ત્રણ ગામ સમલુજ ત્રિકોણ બનાવે છે. દરેક ગામ એકબીજાથી ૨૦ માઇલને અંતરે છે. આ ત્રિકોણની અંદર મ નામનું ગામ ર અને ગ થી ૧૩ માઇલ દૂર છે, તો સ થી મ નું અંતર કેટલું ? (માપ: ૧" = ૫ માઇલ)

૩. નીચેના માપનો સરગમ ચતુષ્કોણ બનાવો અને રમ માપો:—

સર = ૪.૩ સેમિ. રગ = ૨.૪ સેમિ.

ગમ = ૨.૧ સેમિ. સમ = ૩.૯ સેમિ.

સગ = ૪.૪ સેમિ.

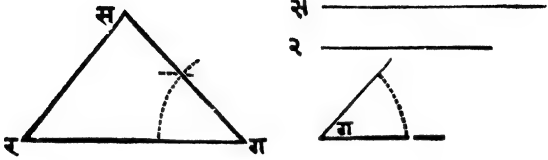
૪. નીચેના માપનો સરગમ ચતુષ્કોણ દોરો અને તેની સામેની બુજાઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડનારી રેખાઓ પરસ્પર છેદાવાથી થતા લાગો માપો:—

સર = ૧.૪", રગ = ૨.૩", ગમ = ૧.૯",

સમ = ૨.૩" અને \angle સરગ = 60° .

કૃત્ય ૮

બે બુજાઓ (સ, ર) અને અન્તઃકોણ (ગ) આપેલાં હોય તે ઉપરથી ત્રિકોણ દોરવો,



રચના : રગ = સ હોય. ગ આગળ \angle રગસ = આપેલો \angle ગ બનાવો. ગસ = ર બનાવો, અને સર બેડો.
ઐટલે સરગ માંગેલો \triangle થશે.

સાબીતી : રગ = સ, સગ = ર, \angle રગસ = \angle ગ રચના :
 $\therefore \triangle$ સરગ માંગેલો ત્રિકોણ છે.

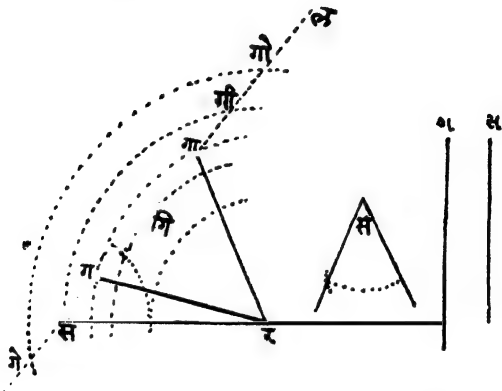
મનોરથન ૧૪

૧. એક ત્રિકોણાકાર ખેતરની બે બાજુઓ ૧૦૦ યાર્ડ અને ૧૫૦ યાર્ડ છે અને તેથી બનતો ખુણો ૪૬° છે. નકશો દોરી ત્રીજી બાજુની લંબાઈ માપો. (માપ: ૧" = ૫૦ યાર્ડ)

૨. પાસેની બુજાઓ ૫.૫ સેમિ., ૬.૬ સેમિ. અને તે વચ્ચેનો કોણ ૫૬° નો હોય, તેવા સમાન્તરચતુષ્કોણ દોરો. નાનો વિકર્ણ માપો.

કૃત્ય ૯

બે બુજબો (સ, ગ) અને તેમાંની એકની સામેનો કોણ (સ) આપેલો હોય તે ઉપરથી ત્રિકોણ દોરવો.



રચના : સર = ગ દોરો. સ આગળ \angle લસર = આપેલો \angle સ બનાવો. ર કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા = સ લઈ સર્ક ને ગ અને ગા બિંદુઓમાં કાપે તેવો ચાપ દોરો. ગર અને ગાર જોડો, એટલે \triangle સરગ અને \triangle સરગા આપેલી શરતો પૂરી પાડતા ત્રિકોણો થશે.

સાબીતી : સર = ગ,
 ગર, ગાર = સ,
 \angle ગસર = \angle ગાસર = આપેલો \angle સ, } રચના:
 $\therefore \triangle$ સરગ અને \triangle સરગા આપેલી શરતો પૂરી પાડે છે.

સૂચના : (ક) જો સ > ગ, તો ચાપ સલ ને સ ની
 બન્ને બાજુઓએ ગે અને ગો માં કાપે, એટલે Δ સરગો
 અને Δ સરગો બને. આમાંના Δ સરગો નો \angle
 રસગે આપેલા કોણ બરાબર નથી માટે તે નકામો છે.
 Δ સરગો આપેલી શરત પૂરી પાડે છે, માટે આપેલી
 શરતો પૂરી પાડતો એક જ ત્રિકોણ દોરી શકાશે.

(ખ) જો સ = ગ, તો બેમાંનું એક બિંદુ સ ની
 સાથે મળી જશે એટલે ત્રિકોણ બનશે નહિ અને બીજું
 બિંદુ ગી રહેશે એટલે Δ સરગી આપેલી શરતો પૂરી
 પાડશે. આમાં પણ માંગેલો એક જ ત્રિકોણ દોરી શકાશે.

(ગ) જો સ < ગ પણ > રગિ, તો સલ રેખા
 ગ, ગા બિંદુઓમાં સ ની એક જ બાજુએ કપાશે અને
 આપેલી શરતો પૂરી પાડતા Δ સરગ અને Δ
 સરગા દોરી શકાશે. (આ ને સંશયાત્મક સ્થિતિ કહે
 છે.)

(ધ) જો સ = રગિ, તો ચાપ સલ ને ગિ માં
 સ્પર્શ કરશે એટલે આપેલી શરત પૂરી પાડતો ફક્ત
 એક જ Δ સરગિ દોરી શકાશે.

(ચ) જો સ < રગિ, તો ચાપ સલ ને સ્પર્શ જ
 કરશે નહિ, એટલે એક પણ ત્રિકોણ દોરી શકાશે નહિ.

મનોયત્ન ૧૫

(૧) નીચેના માપના ત્રિકોણો દોરો અને ત્રીજી ભુજા માપો:—

(ક) સ = ૭ સેમિ. ૨ = ૬ સેમિ. \angle ર = 82° .

(ખ) સ = ૫ સેમિ; ૨ = ૬.૫ સેમિ. \angle ર = 92°

જો ૨ = ૪.૫ સેમિ. અથવા ૮.૬ સેમિ. હોય, તો દરેક બાબતમાં કેટલા ત્રિકોણો દોરી શકાય ?

(૨) બે ઘોડેસ્વાર એક જગાએથી એકજ વખતે બે સીધે રસ્તે નીકળે છે. એક સ્વાર કલાકે ૮ માઇલ ચાલે છે. ત્રણ કલાક પછી બન્ને વચ્ચે ૧૫ માઇલનું અંતર પડે છે. તેમના રસ્તા એકબીજા સાથે 34° નો કોણ બનાવે છે. તો બીજો ઘોડે-સ્વાર કેટલી ઝડપથી ચાલે છે તે આકૃતિ દોરી બતાવો.

(માપ: ૧ " = ૫ માઇલ)

(૩) \triangle સરગ માં સ માંથી રગ ઉપર દોરેલો લંબ ૫.૩ સેમી. છે અને સર અને સગ અનુક્રમે ૬ સેમિ. અને ૭.૫ સેમિ. છે. ત્રિકોણ દોરો અને રગ માપો

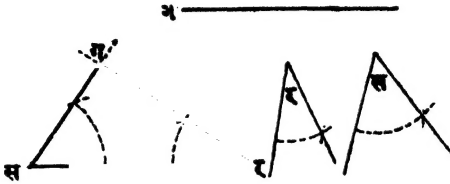
(૪) નીચેના માપનો કાટખુણુ ત્રિકોણ બનાવો અને ત્રીજી ભુજા અને કોણો માપો:—

કર્ણ = ૩.૬ સેમિ., એક બાજુ = ૨.૬ સેમિ.

(૫) એક નીસરણીની લંબાઈ ૨૫' છે. તેનો એક છેડો સપાટ જમીન ઉપર અને બીજો ભીંતને અડકાડીને મૂકેલો છે. ભીંતના પાયાથી જમીન ઉપરનો છેડો ૭' દૂર હોય, તો જમીનથી બીજો છેડો કેટલો ઉંચો હશે તે આકૃતિ દોરી માપીને કહો.

કૃત્ય ૧૦

બે કાણો (સ, ર) અને એક ભુજ (ગ) આપેલાં હોય તે ઉપરથી ત્રિકોણ દોરવો.



રચના : સર = ગ બનાવો. સ આગળ \angle રસગ = આપેલો \angle સ અને ર આગળ \angle સરગ = આપેલો \angle ર બનાવો, એટલે સરગ માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સાબીતી :

$$\left. \begin{array}{l} \angle \text{રસગ} = \text{આપેલો } \angle \text{સ} \\ \angle \text{સરગ} = \text{આપેલો } \angle \text{ર} \\ \text{અને સર} = ગ \end{array} \right\} \text{રચના;}$$

\therefore સરગ માગેલો ત્રિકોણ છે.

સૂચના : (ક) સગ અને રગ રેખાઓ જે બાજુએ કાણો બનાવે તે બાજુએ ગ બિંદુમાં મળે નહિ તો ત્રિકોણ બને નહિ. ટુંકામાં ત્રિકોણ બનાવતાં આપેલા બે કાણોનો સરવાળો 180° કરતાં ઓછો હોવો જોઈએ.

(ખ) આપેલી ભુજ આપેલા કાણોની સામેની એક ભુજ હોય તો બે આપેલા કાણો ઉપરથી (ત્રીજો કાણ = 180° - બે આપેલા કાણ) આપણે ત્રીજો કાણ શોધી કહાડી ઉપર પ્રમાણે ત્રિકોણ દોરી શકીએ.

મનોચત્ત ૧૬

- (૧) નીચેના માપનો સરળ ત્રિકોણ દોરો અને સ માંથી રગ ઉપર દોરેલો લંબ માપો:

$$\angle R = 34^{\circ}, \angle G = 64^{\circ}, s = 6 \text{ સેમિ.}$$

- (૨) એક ત્રિકોણના કોણો 40° , 22° , 108° હોય અને લાંબામાં લાંબી ભુજા ૪" હોય તો ટુંકામાં ટુંકી ભુજા કેટલી તે આકૃતિ દોરી શોધી કહાડો. ટુંકામાં ટુંકી ભુજા નાનામાં નાના કોણની સામે છે એ ખાતરી કરો.

- (૩) એક મિનારો સ અને ર જગાઓથી જોવામાં આવે છે. મિનારાનો પાયો અને સ અને ર જગાઓ એકજ સીધી લીટીમાં આવેલાં છે. તેની ટોચ સ ને ર સાથે અનુક્રમે 46° અને 29° ના કોણો કરતી માલૂમ પડે છે. જો સ થી ર નું અંતર ૨૦ યાર્ડનું હોય તો મિનારાની ઉંચાઇ અને મિનારાનું સ અને ર થી અંતર કેટલું તે આકૃતિ દોરી શોધી કહાડો. (માપ: ૧"=૫ યાર્ડ)

- (૪) રેલ્વે સડકના સીધા ભાગ ઉપર આવેલાં સ અને ર સ્ટેશનો આગળથી જોતાં ગ ગઢ સડક સાથે 48° અને 74° ના કોણો બનાવતો માલૂમ પડે છે. જો સર = ૪.૫ માઇલ, તો બન્ને જગાઓથી ગઢનું અંતર કેટલું ?

